確率統計レポート3

035760A：横田敏明

平成16年6月11日

問題

さいころ投げの試行について，チェビシェフの不等式を用いて以下に答えよ．

(1)3600回試行したとき，１の目が出た回数が区間（600-k,600+k）内にある確率を
　0.95以上にするようなkの値を求めよ。

(2)1の目が出る割合が区間`$\left(\frac{4}{30},\frac{6}{30}\right)$`内にある
　確率を0.95以上にするためには、試行回数を何回以上にしなければならない
　か求めよ。

解答

(1)
チェビシェフの不等式 $P(\mid X-\mu \mid < \epsilon) \geq 1-\frac{\sigma^2}{\epsilon^2}$ より

$$\mu = 3600 \times \frac{1}{6} = 600$$
$$\sigma^2 = 3600 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = 500$$
$$P\left(\mid X-600 \mid < k\right) \geq 1-\frac{500}{k^2}$$

$1-\frac{500}{k^2} = 0.95$ になるから、

$$k^2 = 10000$$
$$k = \pm 100[k>0]$$

(2)

チェビシェフの不等式 $P\left(\mid \frac{X}{n}-p \mid<\epsilon\right) \geq 1-\frac{p(1-p)}{n\epsilon^2}$ より $\left(\mid \frac{X}{n}-\frac{1}{6}<k\right) \geq 1-\frac{p(1-\frac{1}{6}\times\frac{5}{6})}{nk^2}=1-\frac{\frac{5}{36}}{nk^2}=0.95$

また、$(\frac{4}{30},\frac{6}{30})$ が $(\frac{5}{30}-k,\frac{5}{30}+k)$ となる k は、$k=\frac{1}{30}$

よって

$$
\begin{aligned}
1-\frac{\frac{5}{36}}{n(\frac{1}{30})^2} &= 0.95 \\
n &= 2500
\end{aligned}
$$

条件を満たすには 2500 回以上しなければならない。