

情報工学実験  
デジタル信号処理2

035760A:横田敏明

平成16年12月17日

実験実施日：2004/12/10

レポート提出日：2004/12/17

## 1 目的・概要

Scilab を使い、信号の解析によく使われる離散フーリエ変換を中心に、デジタル信号処理の基礎を学ぶ。

### 1.1 フーリエ級数変換

フーリエ変換とは、ある関数を三角関数で近似する方法である。原点近傍では三角関数の級数、

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin \omega t) \quad (1)$$

で表すことができる。これを利用して、入力された信号の波形を関数化する。

## 2 報告事項

### 2.1 アナログ信号の AD 変換とプロット

$f(t) = 8 + 3 \cos \omega t + 2 \cos 2\omega t + \cos 3\omega t + 2 \sin \omega t + 4 \sin 2\omega t + 3 \sin 3\omega t$  のアナログ信号から、デジタル信号を生成し、プロットせよ。

```
f=1;
d=5;
t=0:1/10:2;
w=2*pi*f;
P = 10;
ft=8+3*cos(w*t)+2*cos(2*w*t)+cos(3*w*t)
+2*sin(w*t)+4*sin(2*w*t)+3*sin(3*w*t);
plot(t,ft);
```

### 2.2 フーリエ級数

1 で生成した信号に対して、フーリエ係数  $a_0, a_n, b_n$  を求めよ。

```
f=1;
d=0; %d 番目からとる.
t=0:1/10:2;
```

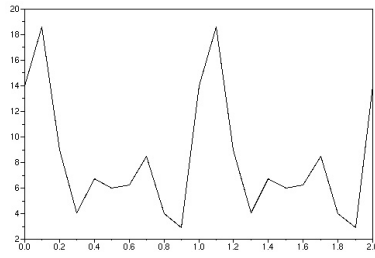


図 1:  $f(t)$  のグラフ

```

w=2*pi*f;
P = 10;
ft=8+3*cos(w*t)+2*cos(2*w*t)+cos(3*w*t)
+2*sin(w*t)+4*sin(2*w*t)+3*sin(3*w*t);
a0 = (1/P)*sum(ft(1+d:P+d))
a1 = ft(1+d:P+d) .*cos(w*t(1:P))
a2 = ft(1+d:P+d) .*cos(2*w*t(1:P))
a3 = ft(1+d:P+d) .*cos(3*w*t(1:P))
a4 = ft(1+d:P+d) .*cos(4*w*t(1:P))
a5 = ft(1+d:P+d) .*cos(5*w*t(1:P))
b1 = ft(1+d:P+d) .*sin(w*t(1:P))
b2 = ft(1+d:P+d) .*sin(2*w*t(1:P))
b3 = ft(1+d:P+d) .*sin(3*w*t(1:P))
b4 = ft(1+d:P+d) .*sin(4*w*t(1:P))
b5 = ft(1+d:P+d) .*sin(5*w*t(1:P))
plot(t,ft);

```

### 2.3 報告事項 3

```

-->a0 = (1/P)*sum(ft(1+d:P+d))
a0 =
    8.
-->a1 = (2/P)*sum(ft(1+d:P+d) .*cos(w*t(1:P)))
a1 =
   - 3.
-->a2 = (2/P)*sum(ft(1+d:P+d) .*cos(2*w*t(1:P)))
a2 =
    2.

```

```

-->a3 = (2/P)*sum(ft(1+d:P+d) .*cos(3*w*t(1:P)))
a3 =
    - 1.
-->a4 = (2/P)*sum(ft(1+d:P+d) .*cos(4*w*t(1:P)))
a4 =
    - 5.951E-15
-->a5 = (2/P)*sum(ft(1+d:P+d) .*cos(5*w*t(1:P)))
a5 =
    3.020E-15
-->b1 = (2/P)*sum(ft(1+d:P+d) .*sin(w*t(1:P)))
b1 =
    - 2.
-->b2 = (2/P)*sum(ft(1+d:P+d) .*sin(2*w*t(1:P)))
b2 =
    4.
-->b3 = (2/P)*sum(ft(1+d:P+d) .*sin(3*w*t(1:P)))
b3 =
    - 3.
-->b4 = (2/P)*sum(ft(1+d:P+d) .*sin(4*w*t(1:P)))
b4 =
    - 1.460E-15
-->b5 = (2/P)*sum(ft(1+d:P+d) .*sin(5*w*t(1:P)))
b5 =
    6.346E-15

```

## 2.4 報告事項 4

2 と 3 から得られたフーリエ係数を使用し、各々あらたに信号  $g(t)$  と信号  $h(t)$  を生成せよ。また、プロットし、元の信号  $f(t)$  と比較せよ。

```

=1;
d=0;
t=0:1/10:2;
w=2*%pi*f;
P = 10;
ft=8+3*cos(w*t)+2*cos(2*w*t)+cos(3*w*t)
+2*sin(w*t)+4*sin(2*w*t)+3*sin(3*w*t);
a0 = (1/P)*sum(ft(1+d:P+d));
a1 = (2/P)*sum(ft(1+d:P+d) .*cos(w*t(1:P)));

```

```

a2 = (2/P)*sum(ft(1+d:P+d) .*cos(2*w*t(1:P)));
a3 = (2/P)*sum(ft(1+d:P+d) .*cos(3*w*t(1:P)));
a4 = (2/P)*sum(ft(1+d:P+d) .*cos(4*w*t(1:P)));
a5 = (2/P)*sum(ft(1+d:P+d) .*cos(5*w*t(1:P)));
b1 = (2/P)*sum(ft(1+d:P+d) .*sin(w*t(1:P)));
b2 = (2/P)*sum(ft(1+d:P+d) .*sin(2*w*t(1:P)));
b3 = (2/P)*sum(ft(1+d:P+d) .*sin(3*w*t(1:P)));
b4 = (2/P)*sum(ft(1+d:P+d) .*sin(4*w*t(1:P)));
b5 = (2/P)*sum(ft(1+d:P+d) .*sin(5*w*t(1:P)));
plot(t,ft);
fx=a0+a1*cos(w*t)+a2*cos(2*w*t)+a3*cos(3*w*t)+a4*cos(4*w*t)+
a5*cos(5*w*t)+b1*sin(w*t)+b2*sin(2*w*t)+b3*sin(3*w*t)+
b4*sin(4*w*t)+b5*sin(5*w*t);
plot(t,fx);
g0 = sqrt(a0^2)
g1 = sqrt(a1^2+b1^2)
g2 = sqrt(a2^2+b2^2)
g3 = sqrt(a3^2+b3^2)
g4 = sqrt(a4^2+b4^2)
g5 = sqrt(a5^2+b5^2)

```

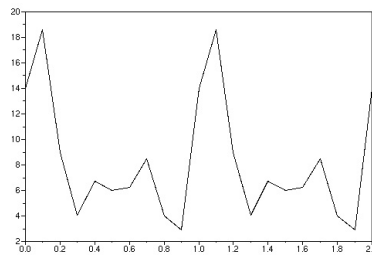


図 2:  $g(t)$  のグラフ

精密に近似できていることがわかる。

## 2.5 報告事項 5

信号  $g(t)$  と信号  $h(t)$  のフーリエ係数から、各々のノルムを求めよ。また、プロットし、考察せよ。

$g(t)$ .d=0 の場合

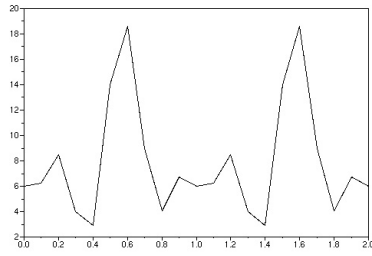


図 3:  $h(t)$  のグラフ

```

-->g0 = sqrt(a0^2)
g0 =
    8.
-->g1 = sqrt(a1^2+b1^2)
g1 =
    3.6055513
-->g2 = sqrt(a2^2+b2^2)
g2 =
    4.472136
-->g3 = sqrt(a3^2+b3^2)
g3 =
    3.1622777
-->g4 = sqrt(a4^2+b4^2)
g4 =
    3.198E-15
-->g5 = sqrt(a5^2+b5^2)
g5 =
    2.237E-15

```

$h(t)$ .d=5 の場合 ;

```

-->g0 = sqrt(a0^2)
h0 =
    8.
-->g1 = sqrt(a1^2+b1^2)
h1 =
    3.6055513
-->g2 = sqrt(a2^2+b2^2)
h2 =
    4.472136
-->g3 = sqrt(a3^2+b3^2)

```

```
h3 =
  3.1622777
-->g4 = sqrt(a4^2+b4^2)
h4 =
  6.127E-15
-->g5 = sqrt(a5^2+b5^2)
h5 =
  7.028E-15
```

考察：ノルムを求めることは、交流電圧の実効値を求めることと等しい。交流電流の場合、電圧は常に変化するため平均の電圧を目安として消費電力等を算出する。しかし、平均値は単純に計算すると0となるため、いったん二乗し、平方根をとる。この方法を用いて実効電圧を図るわけだが、ここでは平均の音響圧力を図ることに等しい。スペクトルのパワーを図るためには二乗して平方根をとる必要がある。

## 2.6 fft について調べよ

1965年にベル研究所のJames W. Cooley氏とJohn W. Tukey氏が考案した、離散的フーリエ変換と逆変換を高速に計算する手法。画像や音声、映像などのマルチメディアデータの処理で多用される重要なアルゴリズムである。

信号の中にどの周波数成分がどれだけ含まれているかを抽出する処理をフーリエ変換という。入力波形をいくつかのグループに分けて計算し、計算順序を工夫することにより計算量を大幅に減少させたアルゴリズムがFFTである。グループの数をNとした時の演算の回数は、通常の変換ではNの2乗に比例するが、FFTでは $N\log N$ に比例する。

## 3 参考

- <http://www.gem.hi-ho.ne.jp/katsu-san/audio/fft.html>